Magnetpendel

Simulation und Analyse der Dynamik

Tino Wagner
<ich@tinowagner.com>

Projektpräsentation *Computational Physics*
Technische Universität Dresden

13. Juli 2009

Modell des Magnetpendels

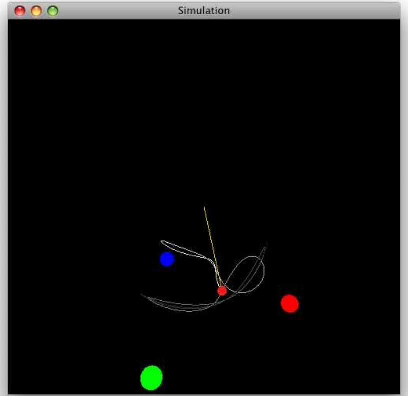
- Masseloser Faden, Länge L, befestigt im Koordinatenursprung.
- Daran: punktförmiger, ferromagnetischer Pendelkörper am Ort $\vec{r}$, Masse m
- Es wirkt die Schwerkraft: $V_{\mathrm{P}} = -m\vec{g}\vec{r}$ mit $\vec{g} = (0, 0, -g)$
- N Magnete an Orten $\vec{r}_n$, Potential: $V_{\mathrm{M}} = -\sum_{i=1}^{N} \frac{\alpha_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^X}$
  X – Exponent des Potentials, α_n – Stärke des Magneten
- Reibung $\vec{F}_{\mathrm{F}} = -m\gamma\dot{\vec{r}}$

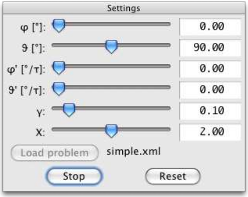
Einheitenlose Bewegungsgleichungen

- Charakteristische Größen:
  Magnetstärke $\alpha_0 = mgL^{X+1}$, Zeit $\tau = \sqrt{\frac{L}{g}}$, Reibung $\gamma_0 = \frac{1}{\tau}$
- Mit $t \rightarrow \tilde{t} = \frac{t}{\tau}$, $\alpha_n \rightarrow \tilde{\alpha}_n = \frac{\alpha_n}{\alpha_0}$, $\gamma \rightarrow \tilde{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma_0}$ erhält man einheitenlose Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta} =& \sin\theta - \tilde{\gamma}\dot{\theta} + \cos\theta\sin\theta\dot{\phi}^2 \\
&- \sum_{n=1}^{N} X\tilde{\alpha}_n \frac{\cos\theta\cos\phi\,(\cos\phi\sin\theta - \tilde{x}_n) + \cos\theta\sin\phi\,(\sin\theta\sin\phi - \tilde{y}_n) - \sin\theta\,(\cos\theta - \tilde{z}_n)}{\left((\cos\phi\sin\theta - \tilde{x}_n)^2 + (\sin\theta\sin\phi - \tilde{y}_n)^2 + (\cos\theta - \tilde{z}_n)^2\right)^{1+\frac{X}{2}}} \\
\ddot{\phi} =& -\tilde{\gamma}\sin\theta\dot{\phi} - 2\dot{\theta}\dot{\phi}\cot\theta \\
&+ \csc^2\theta \sum_{n=1}^{N} X\tilde{\alpha}_n \frac{\sin\theta\sin\phi\,(\cos\phi\sin\theta - \tilde{x}_n) - \cos\phi\sin\theta\,(\sin\theta\sin\phi - \tilde{y}_n)}{\left((\cos\phi\sin\theta - \tilde{x}_n)^2 + (\sin\theta\sin\phi - \tilde{y}_n)^2 + (\cos\theta - \tilde{z}_n)^2\right)^{1+\frac{X}{2}}}
\end{aligned}$$

Demonstration





Erstellung von Karten

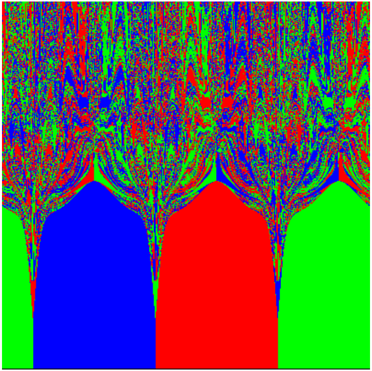
- Für jede Anfangsbedingung (ϕ, θ) das Pendel schwingen lassen.
- Markiere den Punkt (ϕ, θ) auf einer Karte mit der Farbe des Magneten, der dem Pendelkörper für $t \to \infty$ am nächsten ist.
- Problem: Wir haben nicht so viel Zeit!

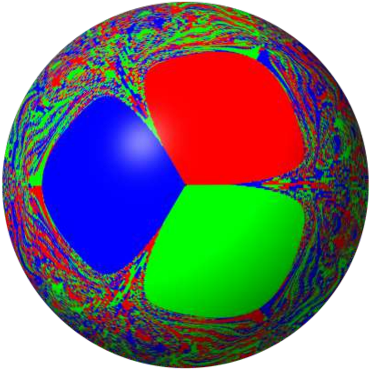
Erstellung von Karten

- Für jede Anfangsbedingung (ϕ, θ) das Pendel schwingen lassen.
- Markiere den Punkt (ϕ, θ) auf einer Karte mit der Farbe des Magneten, der dem Pendelkörper für $t \to \infty$ am nächsten ist.
- Problem: Wir haben nicht so viel Zeit!
- Daher Suche abbrechen, wenn:
  - kinetische Energie unterhalb Schwellwert
  - *und* Pendel bewegt sich während eines Zeitintervalls nicht zu einem anderen Magneten
  - *oder* maximale Suchzeit überschritten

Einfluß der Auflösung auf die Rechenzeit

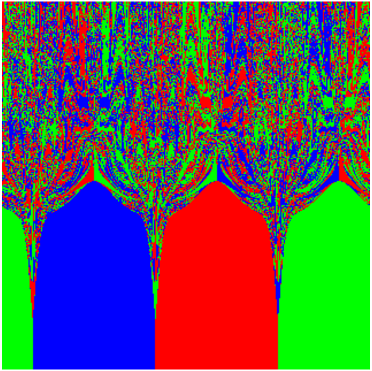
$\gamma = 0.1$, $X = 2$, 400×400, `atol = rtol = 1e-5`, 126 min

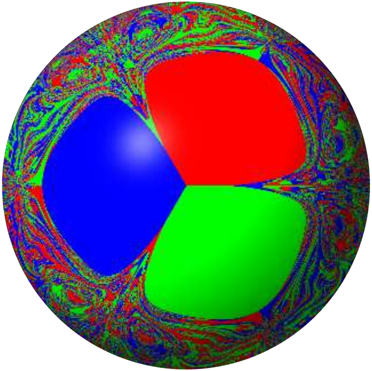




Einfluß der Auflösung auf die Rechenzeit

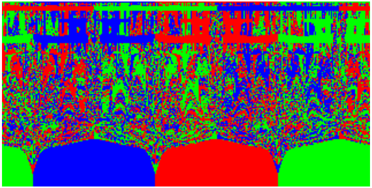
$\gamma = 0.1$, $X = 2$, 1600×1600, 2663 min

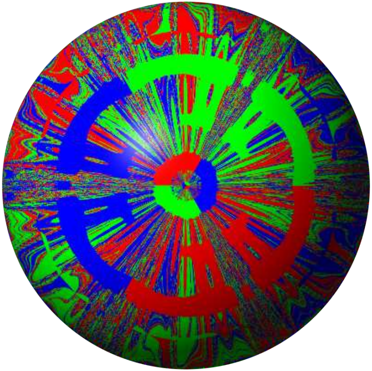




Obere Halbkugel

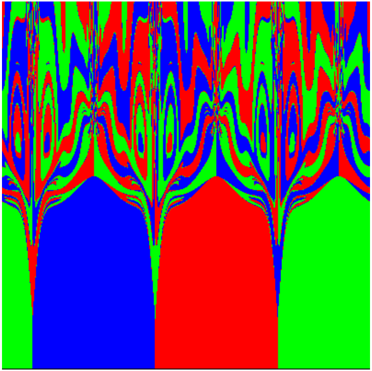
$\gamma = 0.1$, $X = 2$, 1600×800, 1024 min

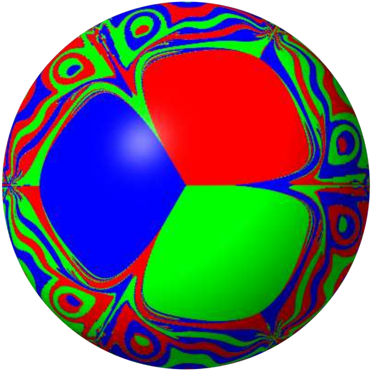




Einfluß der Reibung

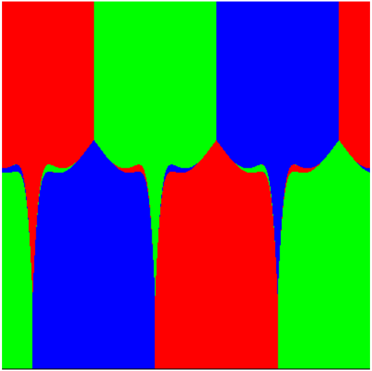
$\gamma = 0.25$, $X = 2$, 800×800, 424 min

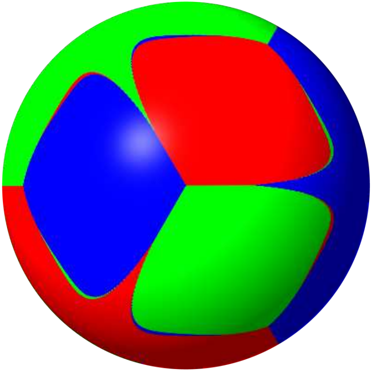




Einfluß der Reibung

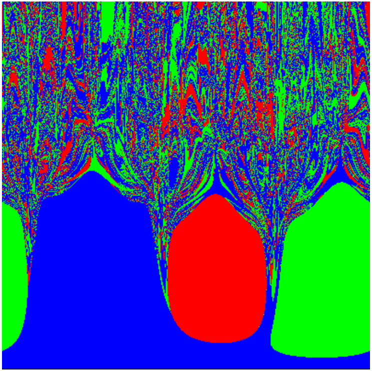
$\gamma = 1.00$, $X = 2$, 800×800, 268 min

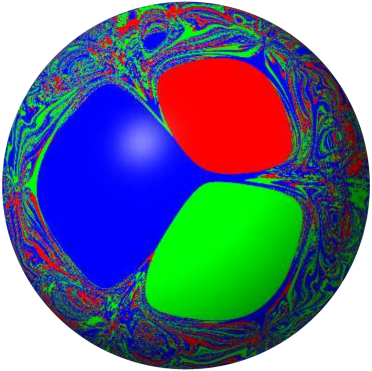




Einfluß der Magnetstärke

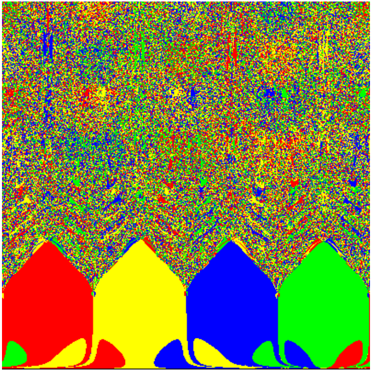
Magnetstärke: 0.9 (rot), 1.0 (grün), 1.1 (blau), 800×800, etwa 960 min

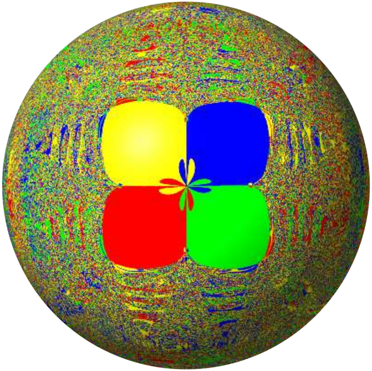




4 Magnete, gleicher Abstand, gleiche Winkel

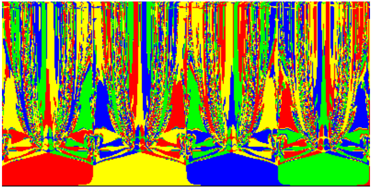
$\gamma = 0.2$, $X = 2$, 800×800, 1699 min

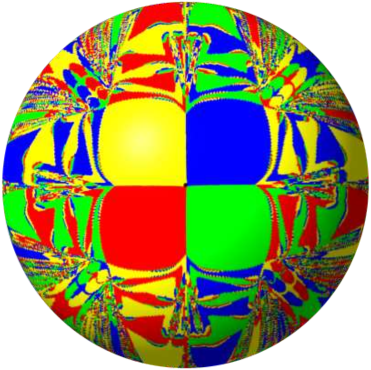




4 Magnete, gleicher Abstand, gleiche Winkel

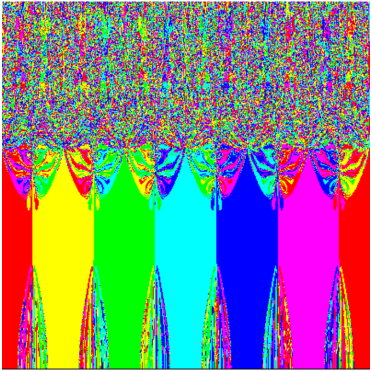
$\gamma = 0.5$, $X = 2$, 800×400, parallel gerechnet, 10 Knoten, 43 min

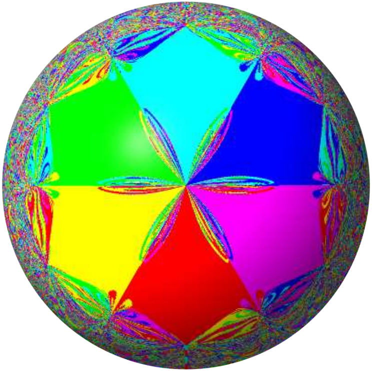




6 Magnete, gleicher Abstand, gleiche Winkel

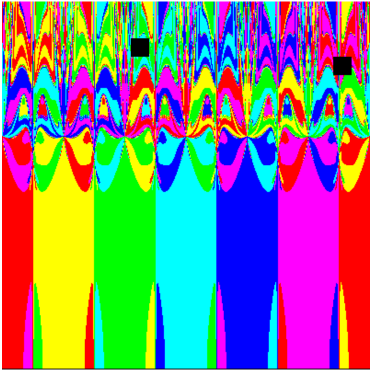
$\gamma = 0.2$, $X = 2$, 800×800, parallel gerechnet, 10 Knoten, 77 min

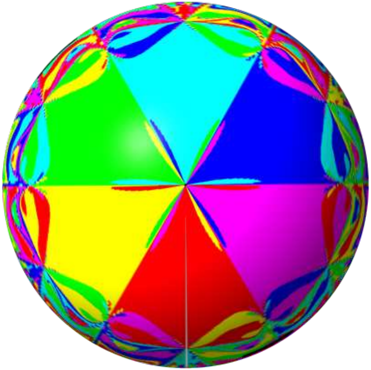




6 Magnete, gleicher Abstand, gleiche Winkel

$\gamma = 0.6$, $X = 2$, 400×400, parallel gerechnet, 20 Knoten, 23 min
– Ausfall von 2 Knoten während der Berechnung!





Zusammenfassung

- Magnetpendel zeigt chaotische und reguläre Dynamik.
- Kartenerstellung ist sehr rechenintensiv.

- Ausführlichere Folien und das Programm hier zum Download: <http://blog.tinowagner.com/>

Danke

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!